با ایران توشه
یک قدم جلوتر
باش!

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت



ایران توشه، مرجع دانلود فایل های کمک آموزشی دانش آموزان و کنکوری ها

همه چیز
برای موفقیت
تو!

- دانلود رایگان آزمون های آزمایشی قلمچی، خیلی سبز، گاج و ...
- دانلود رایگان گام به گام تمامی دروس
- دانلود رایگان نمونه سوالات امتحانی (نوبت اول و دوم) و امتحانات نهایی
- دانلود رایگان جزوه های کمک آموزشی و شب امتحانی

کافیست هر فایلی که نیاز دارید را در گوگل به این صورت جستجو کنید:

فایل مورد نیاز + ایران توشه

مثال:

دانلود گام به گام دوازدهم تجربی ایران توشه



irantooshe.ir

t.me/irantooshe

گام به گام ریاضی (۲) پایه یازدهم
پودمان پنجم

عنوان فصل: آمار توصیفی

از صفحه‌ی ۱۱۳ تا صفحه‌ی ۱۴۴ کتاب

در این فایل پاسخ فعالیت‌ها، کارهای کلاسی، تمرین‌ها و پرسش‌های فصل آمار توصیفی آمده است.

مباحث فصل: خط بهترین برازش، درون‌یابی و برون‌یابی، میانه، نمودار جعبه‌ای

تهیه‌شده در ایران‌توشه، توشه‌ای برای موفقیت

irantooshe.ir

فهرست پرسش‌ها

۱ صفحه ۱۱۵ · فعالیت — دور مچ و دور گردن؛ خط بهترین برازش ۴

۲ صفحه ۱۲۰ · فعالیت — حذف داده‌ی پرت ۶

۳ صفحه ۱۲۳ · کار در کلاس — تعداد هنرجویان کلاس و درصد قبولی ۷

۴ صفحه ۱۲۴ · مسئله — تشخیص رابطه از روی نمودار پراکنش ۸

۵ صفحه ۱۲۵ · مسئله — مدت رانندگی و مسافت باقی‌مانده ۸

۶ صفحه ۱۲۶ · مسئله — قد و فاصله‌ی نوک دو انگشت وسط ۹

۷ صفحه ۱۲۶ · مسئله — نمره‌ی ریاضی و علوم ۱۰

۸ صفحه ۱۲۷ · مسئله — نمره‌ی ریاضی و زبان ۱۰

۹ صفحه ۱۲۷ · مسئله — اندازه‌ی کفش و قد ۱۱

۱۰ صفحه ۱۲۷ · مسئله — وصل کردن اولین و آخرین نقطه ۱۲

۱۱ صفحه ۱۲۸ · فعالیت — درون‌یابی و برون‌یابی: نرخ سود و سرمایه ۱۳

۱۲ صفحه ۱۳۰ · کار در کلاس — دما و نرخ مصرف اکسیژن خرچنگ ۱۳

۱۳ صفحه ۱۳۲ · مسئله — نور و فتوسنتز ۱۴

۱۴ صفحه ۱۳۲ · مسئله — تمرین دو ۱۰۰ متر ایمان ۱۵

۱۵ صفحه ۱۳۳ · مسئله — تعداد کشورهای شرکت‌کننده در المپیک ۱۶

۱۶ صفحه ۱۳۴ · فعالیت — میانه‌ی حقوق کارکنان ۱۷

۱۷ صفحه ۱۳۶ · کار در کلاس — محاسبه‌ی میانه ۱۷

۱۸ صفحه ۱۳۷ · مسئله — میانه: مثال، دو برابر شدن، پرتاب نیزه ۱۸

۱۹ صفحه ۱۳۷ · مسئله — میانگین و میانه با داده‌ی پرت ۱۹

۲۰ صفحه ۱۳۷ · مسئله — مفهوم میانه و حل معکوس ۱۹

۲۱ صفحه ۱۳۹ · فعالیت — مفهوم نمودار جعبه‌ای و چارک‌ها ۲۰

۲۲ صفحه ۱۴۲ · کار در کلاس — چارک‌ها، نمودار جعبه‌ای و مقایسه‌ی کلاس‌ها ۲۱

۲۳ صفحه ۱۴۳ · مسئله — نمره‌های زبان انگلیسی (نمودار جعبه‌ای) ۲۲

۲۴ صفحه ۱۴۳ · مسئله — مقایسه‌ی دو کلاس درس عربی ۲۲

۲۵ صفحه ۱۴۳ · مسئله — قد بازیکنان تیم والیبال ۲۳

۲۶ صفحه ۱۴۳ · مسئله — غلظت قند خون ۲۳

۲۷ صفحه ۱۴۴ · مسئله — تعداد نخود در غلاف ۲۴

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۱ صفحه ۱۱۵ فعالیت

اندازه‌ی دور گردن (y بر حسب سانتی‌متر) و دور مچ (x بر حسب سانتی‌متر) ۱۵ نفر در جدول داده شده است. (دور مچ: ۱۴٫۸، ۱۵، ۱۵٫۴، ۱۵٫۷، ۱۶٫۱، ۱۶٫۲، ۱۶٫۲، ۱۶٫۲، ۱۶٫۳، ۱۶٫۷، ۱۶٫۹، ۱۷٫۱، ۱۷٫۲، ۱۷٫۶، ۱۷٫۸ ؛ دور گردن به ترتیب: ۳۳٫۵، ۳۳، ۳۵٫۲، ۳۴٫۲، ۳۳٫۷، ۳۲٫۲، ۳۵٫۵، ۳۵٫۸، ۳۶٫۴، ۳۷٫۳، ۳۵٫۵، ۳۶٫۶، ۳۸٫۵، ۴۶٫۸، ۳۸٫۳)

۱) در صفحه‌ی مختصات، نقطه‌هایی را مشخص کنید که طول هر نقطه اندازه‌ی دور مچ و عرض آن اندازه‌ی دور گردن یک نفر است.

۲) آیا نقاط روی یک خط راست قرار دارند؟

۳) خطی (به‌طور تقریبی) رسم کنید که تا حد ممکن با نقاط مشخص شده کمترین فاصله را داشته باشد. سعی کنید نیمی از نقاط بالای خط و نیمی دیگر زیر خط و با فاصله‌ی یکسان از خط قرار گیرند.

۴) اطلاعات جدول را در excel وارد کنید و به کمک آن خطی رسم کنید که کمترین فاصله را با نقاط داشته باشد.

۵) اگر x اندازه‌ی دور مچ و y اندازه‌ی دور گردن باشد، معادله‌ی خط رسم شده را به کمک excel پیدا کنید.

۶) ستون 'y را با دو رقم اعشار کامل کنید. ('y اندازه‌ی دور گردن به کمک معادله‌ی خط است.)

۷) آیا مقادیر به‌دست‌آمده به کمک معادله‌ی خط با مقادیر اندازه‌گیری شده برابرند؟ چرا؟

۸) ستون خطا (e)، اختلاف مقدار واقعی و مقدار تخمین‌زده‌شده ('e = y − y) را کامل کنید.

۹) مجموع خطاها (ستون e) را به دست آورید. آیا این عدد مجموع واقعی خطاها را نشان می‌دهد؟ چرا؟

۱۰) مجموع مجذور خطاها را به دست آورید.

۱۱) فکر می‌کنید چرا مجذور خطاها را به دست می‌آوریم؟

---

۱) پانزده نقطه‌ی (14.8, 33.5)، (15, 33)، (15.4, 35.2)، ... ، (17.6, 46.8)، (17.8, 38.3) را روی صفحه‌ی مختصات (محور افقی: دور مچ، محور عمودی: دور گردن) مشخص می‌کنیم. نقاط در ناحیه‌ای با x از ۱۴٫۸ تا ۱۷٫۸ و y از ۳۲ تا ۴۷ قرار می‌گیرند و یک نقطه‌ی (17.6, 46.8) به‌طور آشکار بالاتر از بقیه است.

۲) خیر؛ نقاط دقیقاً روی یک خط راست نیستند، ولی در مجموع از چپ به راست و از پایین به بالا پراکنده شده‌اند و نزدیک به یک خط شیب‌دار رو به بالا هستند.

۳) با خط‌کش خطی رسم می‌کنیم که از میان نقاط عبور کند و حدوداً نیمی از نقاط بالای آن و نیمی پایین آن باشند. این خط از نزدیکی نقطه‌ی (15.7, 34.4) و (16.7, 37.1) می‌گذرد و شیب مثبتی دارد.

۴ و ۵) با روش کمترین مجذورات (به کمک excel یا ماشین‌حساب آماری) معادله‌ی خط بهترین برازش به‌دست می‌آید:

y = 2.77x − 9.19

۶، ۸ و ۹) مقدار 'y، خطای e = y − 'y و مجذور خطا (e^2) به این صورت است:

جدول کامل‌شده

x دور مچ	y دور گردن	y'	e = y − y'	e^2
۱۴٫۸	۳۳٫۵	۳۱٫۸۷	۱٫۶۳	۲٫۶۴
۱۵	۳۳	۳۲٫۴۳	۰٫۵۷	۰٫۳۳
۱۵٫۴	۳۵٫۲	۳۳٫۵۴	۱٫۶۶	۲٫۷۶
۱۵٫۷	۳۴٫۲	۳۴٫۳۷	۰٫۱۷−	۰٫۰۳
۱۶٫۱	۳۳٫۷	۳۵٫۴۸	۱٫۷۸−	۳٫۱۸
۱۶٫۲	۳۲٫۲	۳۵٫۷۶	۳٫۵۶−	۱۲٫۶۷
۱۶٫۲	۳۵٫۵	۳۵٫۷۶	۰٫۲۶−	۰٫۰۷
۱۶٫۲	۳۵٫۸	۳۵٫۷۶	۰٫۰۴	۰٫۰۰
۱۶٫۳	۳۶٫۴	۳۶٫۰۴	۰٫۳۶	۰٫۱۳
۱۶٫۷	۳۷٫۳	۳۷٫۱۵	۰٫۱۵	۰٫۰۲
۱۶٫۹	۳۵٫۵	۳۷٫۷۰	۲٫۲۰−	۴٫۸۵
۱۷٫۱	۳۶٫۶	۳۸٫۲۶	۱٫۶۶−	۲٫۷۵
۱۷٫۲	۳۸٫۵	۳۸٫۵۳	۰٫۰۳−	۰٫۰۰
۱۷٫۶	۴۶٫۸	۳۹٫۶۴	۷٫۱۶	۵۱٫۲۰
۱۷٫۸	۳۸٫۳	۴۰٫۲۰	۱٫۹۰−	۳٫۶۱

۷) خیر؛ مقادیر y' فقط تخمینی از دور گردن‌اند. نقاط دقیقاً روی خط نیستند، پس اغلب مقدار واقعی و مقدار تخمینی متفاوت است.

۹) مجموع خطاها تقریباً صفر است (sum e ~ 0؛ اگر گردکردن اعداد نبود، دقیقاً صفر می‌شد). این عدد اندازه‌ی واقعی خطاها را نشان نمی‌دهد، چون خطاهای مثبت و منفی یکدیگر را خنثی می‌کنند.

۱۰) مجموع مجذور خطاها:

sum e^2 ~ 84.2

۱۱) با مجذور کردن، علامت خطا اثری ندارد و خطاهای مثبت و منفی همدیگر را حذف نمی‌کنند؛ همچنین خطاهای بزرگ‌تر اثر بیشتری پیدا می‌کنند و مجموع آن‌ها معیار مناسبی از فاصله‌ی خط تا داده‌ها است. (استفاده از قدر مطلق نیز ممکن است، ولی محاسبه با آن دشوارتر است.)

irantooshe.ir

۲ صفحه ۱۲۰ فعالیت

۱) در فعالیت (۱) با حذف سطر مربوط به ۱۷٫۶ (در ستون اول)، نقطه‌ی (17.6, 46.8) را از داده‌هایتان خارج کنید و خطی رسم کنید که کمترین فاصله را با نقاط داشته باشد.

۲) ستون "y را با دو رقم اعشار کامل کنید. ("y اندازه‌ی دور گردن به کمک معادله‌ی جدید خط است.)

۳) ستون 'e را کامل کنید.

۴) مجموع مجذور خطاها را برای مقادیر به‌دست‌آمده برای "y به دست آورید و با جواب قسمت ۱۰ در فعالیت (۱) مقایسه کنید.

۵) فکر می‌کنید کدام خط برای پیش‌بینی مناسب‌تر است؟ چرا این اتفاق می‌افتد؟

۱ و ۲) پس از حذف نقطه‌ی پرت، با ۱۴ داده‌ی باقی‌مانده خط بهترین برازش به دست می‌آید:

$$y'' = 1.75x + 6.96$$

۲ و ۳) مقدار "y، خطای $e' = y - y''$ و مجذور آن:

جدول کامل‌شده

x دور مچ	y دور گردن	y''	e'	e'^2
۱۴٫۸	۳۳٫۵	۳۲٫۸۶	۰٫۶۴	۰٫۴۱
۱۵	۳۳	۳۳٫۲۱	۰٫۲۱-	۰٫۰۴
۱۵٫۴	۳۵٫۲	۳۳٫۹۱	۱٫۲۹	۱٫۶۷
۱۵٫۷	۳۴٫۲	۳۴٫۴۳	۰٫۲۳-	۰٫۰۵
۱۶٫۱	۳۳٫۷	۳۵٫۱۳	۱٫۴۳-	۲٫۰۵
۱۶٫۲	۳۲٫۲	۳۵٫۳۱	۳٫۱۱-	۹٫۶۵
۱۶٫۲	۳۵٫۵	۳۵٫۳۱	۰٫۱۹	۰٫۰۴
۱۶٫۲	۳۵٫۸	۳۵٫۳۱	۰٫۴۹	۰٫۲۴
۱۶٫۳	۳۶٫۴	۳۵٫۴۸	۰٫۹۲	۰٫۸۴
۱۶٫۷	۳۷٫۳	۳۶٫۱۸	۱٫۱۲	۱٫۲۵
۱۶٫۹	۳۵٫۵	۳۶٫۵۳	۱٫۰۳-	۱٫۰۷
۱۷٫۱	۳۶٫۶	۳۶٫۸۸	۰٫۲۸-	۰٫۰۸
۱۷٫۲	۳۸٫۵	۳۷٫۰۶	۱٫۴۴	۲٫۰۸
۱۷٫۸	۳۸٫۳	۳۸٫۱۱	۰٫۱۹	۰٫۰۴

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۴) مجموع مجذور خطاها در این حالت تقریباً ۱۹٫۵ است، در حالی که در فعالیت (۱) تقریباً ۸۴٫۲ بود. یعنی خط جدید با داده‌های باقی‌مانده فاصله‌ی بسیار کمتری دارد.

19.5 < 84.2

۵) خط دوم (y" = 1.75x + 6.96) برای پیش‌بینی مناسب‌تر است. نقطه‌ی پرت (17.6, 46.8) با بقیه‌ی داده‌ها هماهنگ نیست و خط اول را به سمت خود می‌کشد (شیب آن ۲٫۷۷ شده است در حالی که شیب خط دوم ۱٫۷۵ است)؛ پس خط اول بیشتر مربوط به این یک داده است تا رفتار عمومی بقیه‌ی افراد.

۳ صفحه ۱۲۳ **کار در کلاس**

جدول زیر تعداد هنرجویان در کلاس‌های مختلف یک هنرستان و درصد قبولی آن‌ها را نشان می‌دهد. زوج‌های (تعداد هنرجویان، درصد قبولی) عبارت‌اند از (۱۰، ۸۰)، (۱۵، ۶۰)، (۳۰، ۵۰)، (۱۲، ۸۰)، (۲۵، ۵۰)، (۲۴، ۵۰)، (۱۵، ۷۰)، (۶۰، ۷۰)، (۲۸، ۴۰)، (۱۲، ۸۰).) ۱) نمودار پراکنش را رسم کنید.

۲) خط بهترین برازش را رسم کنید.

۳) پیش‌بینی می‌کنید چند درصد از هنرجویان در یک کلاس ۴۰ نفره قبول می‌شوند.

۴) برخی عقیده دارند نقطه‌ی (۶۰، ۷۰) (اطلاعات مربوط به یک کلاس ۶۰ نفره) یک داده‌ی پرت (مربوط به یک وضعیت غیرمعمول) است. فکر می‌کنید اگر در تحلیل خود این داده را کنار بگذارید، بهتر است یا خیر؟ توضیح دهید چرا؟

۵) این داده را خارج کنید و پاسخ سؤال (۳) را مجدداً به دست آورید.

۱) ده نقطه‌ی (۱۰، ۸۰)، (۱۲، ۸۰)، (۱۲، ۸۰)، (۱۵، ۶۰)، (۱۵، ۷۰)، (۲۴، ۵۰)، (۲۵، ۵۰)، (۲۸، ۴۰)، (۳۰، ۵۰) و (۶۰، ۷۰) را روی صفحه‌ی مختصات مشخص می‌کنیم (محور افقی: تعداد هنرجویان، محور عمودی: درصد قبولی). نقطه‌های سمت چپ با افزایش تعداد، رو به پایین می‌روند و نقطه‌ی (۶۰، ۷۰) بسیار جدا از بقیه، بالا و سمت راست قرار می‌گیرد.

۲) خط بهترین برازش با تمام ۱۰ داده (روش کمترین مجذورات):

y = −0.31x + 70.13

این خط شیب منفی بسیار کمی دارد و به‌دلیل نقطه‌ی (۶۰، ۷۰) تقریباً افقی است.

۳) به ازای x = 40: y = −0.31 x 40 + 70.13 ~ 57.8

تقریباً ۵۸ درصد قبول می‌شوند.

۴) بله، بهتر است کنار گذاشته شود. کلاس ۶۰ نفره وضعیت غیرمعمول است (تعداد آن بیش از دو برابر بیشتر کلاس‌های دیگر است و درصد قبولی آن با روند بقیه سازگار نیست) و باعث می‌شود خط از روند واقعی بقیه‌ی داده‌ها دور شود.

۵) با حذف این داده، خط بهترین برازش ۹ داده‌ی باقی‌مانده چنین است:

$y = -1.90x + 98.30$

$y = -1.90 \times 40 + 98.30 \sim 22.3$؛ یعنی تقریباً ۲۲ درصد. (توجه: ۴۰ خارج از بازه‌ی داده‌های باقی‌مانده، یعنی ۱۰ تا ۳۰، است؛ پس این پیش‌بینی برون‌یابی است و با احتیاط باید به آن نگاه کرد.)

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۴ صفحه ۱۲۴ مسئله

۱) در نمودارهای داده‌شده (سه نمودار پراکنش)، هر نقطه نشان‌دهنده‌ی مقادیر متناظر بین دو کمیت است. در کدام نمودارها بین این دو کمیت رابطه‌ای وجود دارد؟ رابطه‌ی بین این دو کمیت را در هر نمودار، از لحاظ افزایشی یا کاهشی بودن یکی بر حسب دیگری، توصیف کنید.

برای تشخیص، مانند مثال ۲ همین بخش عمل می‌کنیم:

- اگر نقاط روی یک خط راست یا نزدیک به آن باشند و با افزایش x، مقدار y به‌طور کلی افزایش یابد، بین دو کمیت رابطه‌ی **افزایشی** وجود دارد؛
- اگر نقاط نزدیک به یک خط با شیب منفی باشند (با افزایش x، مقدار y کاهش یابد)، رابطه‌ی **کاهشی** است؛
- اگر نقاط بدون هیچ الگوی مشخصی پخش شده باشند و تغییر x اطلاعاتی درباره‌ی تغییر y ندهد، بین دو کمیت **رابطه‌ای وجود ندارد**.

بر این اساس: نمودار نخست (نقاط پراکنده که با افزایش x، به‌طور کلی y هم افزایش می‌یابد) رابطه‌ی افزایشی؛ نمودار دوم (نقاطی که به یک خط با شیب منفی نزدیک‌اند) رابطه‌ی کاهشی؛ و نمودار سوم (نقاط بدون الگو) فاقد رابطه است.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۵ صفحه ۱۲۵ مسئله

۲) نمودار داده‌شده رابطه‌ی بین مدت زمانی که فرد رانندگی می‌کند (x) و مسافت باقی‌مانده تا مقصد (y) را نشان می‌دهد. کدام یک از نمودارهای زیر، خط بهترین برازش برای نمودار پراکنش بالا را نشان می‌دهد؟ توضیح دهید.

با گذشت زمان رانندگی، مسافت باقی‌مانده کم می‌شود؛ بنابراین نقاط روند کاهشی دارند و خط بهترین برازش باید **شیب منفی** داشته باشد.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

از میان چهار نمودار، خطی درست است که: (۱) شیب منفی دارد، (۲) از میان نقاط عبور می‌کند، به‌طوری که تقریباً نیمی از نقاط بالای آن و نیمی پایین آن باشند و (۳) در ابتدا (نزدیک x = 0) در بالا و در انتها نزدیک محور افقی باشد. خط‌هایی با شیب مثبت، یا خطی که همه‌ی نقاط را در یک طرف خود دارد، یا خطی که از ناحیه‌ی نقاط دور است، خط بهترین برازش نیستند.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.
irantooshe.ir

۶ صفحه ۱۲۶ مسئله

۳) جدول، طول قد (x) و فاصله‌ی نوک دو انگشت وسط (y) ۲۰ نفر را (در حالتی که دست‌ها از طرفین کاملاً باز است) بر حسب سانتی‌متر نشان می‌دهد. زوج‌های (قد، فاصله) عبارت‌اند از: (۱۸۰، ۱۸۱)، (۱۵۶، ۱۵۴)، (۱۶۸، ۱۶۸)، (۱۴۷، ۱۴۸)، (۱۳۱، ۱۳۸)، (۱۵۹، ۱۶۰)، (۱۵۴، ۱۴۲)، (۱۵۵، ۱۵۴)، (۱۷۸، ۱۸۱)، (۱۷۵، ۱۷۵)، (۱۳۵، ۱۳۰)، (۱۸۰، ۱۷۵)، (۱۷۸، ۱۸۶)، (۱۶۱، ۱۵۸)، (۱۳۹، ۱۳۹)، (۱۵۴، ۱۴۸)، (۱۵۶، ۱۵۶)، (۱۵۲، ۱۵۴)، (۱۷۰، ۱۷۵)، (۱۵۶، ۱۵۲)

الف) نمودار پراکنش این داده‌ها را رسم کنید.

ب) آیا رابطه‌ای بین طول قد و فاصله‌ی نوک دو انگشت وسط افراد دیده می‌شود؟ توضیح دهید.

پ) خط بهترین برازش را رسم کنید و معادله‌ی آن را به دست آورید.

ت) به کمک معادله یا نمودار، با داشتن طول قد خودتان، فاصله‌ی نوک دو انگشت وسط خودتان را تخمین بزنید.

ث) فاصله‌ی نوک دو انگشت وسط خودتان را اندازه بگیرید. آیا با مقدار تخمین‌زده‌شده تفاوت دارد؟ اگر بله، توضیح دهید چرا؟

الف) ۲۰ نقطه‌ی (قد، فاصله) مانند (۱۸۰، ۱۸۱)، (۱۵۶، ۱۵۴)، (۱۶۸، ۱۶۸)، ... ، (۱۳۵، ۱۳۰) را در صفحه‌ی مختصات رسم می‌کنیم (محور افقی: طول قد، محور عمودی: فاصله‌ی نوک انگشتان). نقاط تقریباً در امتداد یک خط رو به بالا قرار می‌گیرند.

ب) بله؛ رابطه‌ی افزایشی و قوی بین آن‌ها دیده می‌شود (نقاط خیلی نزدیک به یک خط هستند). هر چه قد بلندتر باشد، فاصله‌ی نوک دو انگشت وسط نیز بیشتر است و این دو مقدار تقریباً برابرند.

پ) خط بهترین برازش (روش کمترین مجذورات):

$$y = 1.045x - 7.70$$

ضریب ۱٫۰۴۵ نزدیک به ۱ است؛ یعنی تقریباً $y \sim x$.

ت) مثلاً اگر قد شما ۱۷۰ سانتی‌متر باشد: $y = 1.045 \times 170 - 7.70 \sim 170$؛ یعنی فاصله‌ی نوک دو انگشت وسط حدود ۱۷۰ سانتی‌متر تخمین زده می‌شود. (برای قد دلخواه h از $1.045h - 7.7$ استفاده کنید.)

ث) مقدار اندازه‌گیری‌شده معمولاً با مقدار تخمینی کمی تفاوت دارد؛ زیرا نقاط دقیقاً روی خط نیستند و خط فقط روند کلی داده‌های این ۲۰ نفر را نشان می‌دهد، نه ویژگی‌های هر فرد؛ ضمن اینکه خطای اندازه‌گیری هم وجود دارد.

۷ صفحه ۱۲۶ مسئله

۴) سینا می‌گوید: اگر ریاضی شما خوب باشد، علوم شما نیز خوب است. علی می‌خواهد درستی این گفته را بررسی کند. به همین دلیل نمره‌ی ریاضی و علوم ۷ نفر را پرسید. (ریاضی: ۸، ۶٫۵، ۱۰، ۱۶، ۹، ۵٫۵، ۱۷؛ علوم به ترتیب: ۱۰، ۹، ۱۱، ۱۵، ۱۰، ۸، ۱۵) الف) نمودار پراکنش این داده‌ها را رسم کنید.

ب) آیا با گفته‌ی سینا موافقید؟ دلیل خود را توضیح دهید.

پ) خط بهترین برازش را رسم کنید.

ت) پیش‌بینی می‌کنید نمره‌ی علوم دانش‌آموزی که در آزمون ریاضی ۱۴ شده است، چند باشد؟

الف) هفت نقطه‌ی (۸، ۱۰)، (۶٫۵، ۹)، (۱۰، ۱۱)، (۱۶، ۱۵)، (۹، ۱۰)، (۵٫۵، ۸) و (۱۷، ۱۵) را مشخص می‌کنیم (محور افقی: نمره‌ی ریاضی، محور عمودی: نمره‌ی علوم). نقاط به‌خوبی در امتداد یک خط رو به بالا قرار می‌گیرند.

ب) بله؛ در این داده‌ها هر چه نمره‌ی ریاضی بیشتر است، نمره‌ی علوم هم بیشتر است (نقاط بسیار نزدیک به یک خط با شیب مثبت). البته نتیجه فقط برای این ۷ نفر است و نمی‌توان آن را بدون بررسی بیشتر به همه تعمیم داد.

پ) معادله‌ی خط بهترین برازش:

$$y = 0.617x + 4.80$$

ت) $y = 0.617 \times 14 + 4.80 \sim 13.4$

نمره‌ی علوم حدود ۱۳٫۴ (تقریباً ۱۳ تا ۱۴) پیش‌بینی می‌شود.

۸ صفحه ۱۲۷ مسئله

۵) جدول زیر نمرات ریاضی و زبان ۱۰ دانش‌آموز را نشان می‌دهد. (ریاضی: ۸، ۱۳، ۱۴، ۱۷، ۱۲، ۱۳، ۹، ۴٫۵، ۱، ۹؛ زبان به ترتیب: ۹، ۹، ۱۳، ۱۲، ۲، ۱۸، ۱۸، ۶، ۸، ۱۰) الف) نمودار پراکنش این داده‌ها را رسم کنید. (طول هر نقطه نمره‌ی ریاضی و عرض هر نقطه نمره‌ی زبان یک دانش‌آموز است.)

ب) آیا بین نمره‌ی ریاضی و نمره‌ی زبان دانش‌آموزان رابطه‌ای مشاهده می‌کنید؟ دلیل خود را توضیح دهید.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

پ) خط بهترین برازش را رسم کنید و به کمک معادله‌ی آن یا نمودار، نمره‌ی زبان دانش‌آموزی را که در آزمون ریاضی ۱۵ گرفته است، پیش‌بینی کنید.

ت) نقطه‌های نشان‌دهنده‌ی نمره‌ی ریاضی و زبان کدام دو دانش‌آموز با نمرات بقیه‌ی دانش‌آموزان هماهنگی ندارد؟

ث) این دو داده را از داده‌هایتان حذف کنید و خط بهترین برازش را رسم کنید و این بار نمره‌ی زبان دانش‌آموزی را که در آزمون ریاضی ۱۵ گرفته است، پیش‌بینی کنید.

ج) آیا تفاوتی بین دو پیش‌بینی شما وجود دارد؟ دلیل خود را توضیح دهید.

الف) ده نقطه‌ی (۸، ۹)، (۱۳، ۹)، (۱۴، ۱۳)، (۱۷، ۱۲)، (۱۲، ۲)، (۱۳، ۱۸)، (۹، ۱۸)، (۴٫۵، ۶)، (۱، ۸) و (۹، ۱۰) را در صفحه‌ی مختصات مشخص می‌کنیم.

ب) رابطه‌ی قوی دیده نمی‌شود. نقاط پراکنده‌اند و فقط یک گرایش ضعیف افزایشی دارند؛ دو نقطه‌ی (۱۲، ۲) و (۹، ۱۸) از بقیه جدا هستند.

پ) خط بهترین برازش همه‌ی داده‌ها: $y = 0.317x + 7.31$؛ برای $x = 15$:

$$y = 0.317 \times 15 + 7.31 \sim 12.1$$

ت) دو دانش‌آموزی که نمره‌ی ریاضی و زبان آن‌ها (۱۲، ۲) و (۹، ۱۸) است.

ث) پس از حذف این دو داده، خط بهترین برازش ۸ داده‌ی باقی‌مانده: $y = 0.448x + 6.17$؛ برای $x = 15$:

$$y = 0.448 \times 15 + 6.17 \sim 12.9$$

ج) بله، پیش‌بینی دوم (حدود ۱۲٫۹) کمی بیشتر از پیش‌بینی اول (حدود ۱۲٫۱) است. داده‌های پرت خط را از روند اکثر داده‌ها منحرف می‌کنند و شیب آن را تغییر می‌دهند؛ پس بدون آن‌ها خط بازتاب بهتری از رابطه‌ی بقیه‌ی دانش‌آموزان است.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

---

۹ صفحه ۱۲۷ مسئله

۶) جدول داده‌های مربوط به اندازه‌ی کفش و قد ۱۲ مرد را نشان می‌دهد. (قد (سانتی‌متر)، اندازه‌ی کفش): (۱۷۵، ۴۴)، (۱۸۲، ۴۳)، (۱۷۰، ۴۰)، (۱۷۳، ۴۴)، (۱۷۰، ۴۲)، (۱۸۵، ۴۶)، (۱۷۷، ۴۶)، (۱۷۲، ۴۳)، (۱۶۵، ۴۲)، (۱۷۸، ۴۲)، (۱۷۵، ۴۴)، (۱۸۳، ۴۶) الف) نمودار پراکنش و خط بهترین برازش را به کمک excel رسم کنید.

ب) با استفاده از نمودار، اندازه‌ی کفش مردی را که قد او ۱۸۰ سانتی‌متر است پیش‌بینی کنید.

پ) باستان‌شناسان ردپایی به اندازه‌ی ۵۸ سانتی‌متر پیدا کرده‌اند. پیش‌بینی می‌کنید طول قد این انسان چقدر بوده است؟

الف) دوازده نقطه‌ی (قد، اندازه‌ی کفش) را رسم می‌کنیم (محور افقی: قد، محور عمودی: اندازه‌ی کفش). نقاط روند افزایشی ضعیف تا متوسطی دارند. خط بهترین برازش:

y = 0.213x + 6.10

ب) y = 0.213 x 180 + 6.10 ~ 44.5

اندازه‌ی کفش حدود ۴۴ تا ۴۵ پیش‌بینی می‌شود.

پ) برای پیش‌بینی قد از روی اندازه‌ی کفش، خط بهترین برازش قد بر حسب اندازه‌ی کفش (x: اندازه‌ی کفش، y: قد) را می‌نویسیم: y = 2.115x + 83.40. برای x = 58:

y = 2.115 x 58 + 83.40 ~ 206

قد این انسان حدود ۲۰۶ سانتی‌متر پیش‌بینی می‌شود.

توجه: اندازه‌ی ۵۸ بسیار بیرون از بازه‌ی داده‌ها (۴۰ تا ۴۶) است؛ پس این پیش‌بینی برون‌یابی است و ممکن است دقیق نباشد. (اگر منظور از ۵۸ سانتی‌متر طول واقعی ردپا باشد، باید ابتدا آن را به اندازه‌ی کفش تبدیل کرد.)

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۰ صفحه ۱۲۷ مسئله

۷) دانش‌آموزی برای توصیف داده‌هایش، نمودار پراکنش را رسم کرد. او برای رسم نمودن خط بهترین برازش، اولین نقطه و آخرین نقطه را به هم وصل کرد. آیا او خط بهترین برازش را درست رسم کرده است؟ دلیل خود را توضیح دهید.

خیر، به‌طور کلی درست نیست. خط بهترین برازش باید طوری باشد که مجموع مجذور خطاها (فاصله‌ی همه‌ی نقاط از خط) کمترین مقدار شود و همه‌ی نقاط در تعیین آن نقش دارند. اگر فقط اولین و آخرین نقطه را وصل کنیم، از بقیه‌ی نقاط صرف‌نظر شده است و ممکن است بسیاری از نقاط (مثلاً همه‌ی نقاط میانی) در یک سمت خط و دور از آن باشند. حتی اگر اولین یا آخرین نقطه، داده‌ی پرت باشد، خط به‌شدت منحرف می‌شود. این روش فقط در حالت خاصی که نقاط تقریباً روی یک خط باشند، تقریب قابل قبولی می‌دهد.

۱۱ صفحه ۱۲۸ فعالیت

جدول زیر، نرخ سود بانکی (درصد) و سرمایه‌ی جذب‌شده (میلیون تومان) یک بانک را نشان می‌دهد: (نرخ سود، سرمایه): (۱۰، ۲۵)، (۸، ۲۶)، (۹، ۲۱)، (۱۱، ۱۵)، (۱۱، ۱۷)، (۱۱، ۱۹)، (۱۰، ۲۷)، (۹، ۲۶)، (۷، ۳۱)، (۶، ۳۶)، (۶، ۳۹)، (۵، ۴۰)

۱) به کمک excel خط بهترین برازش را برای این اطلاعات رسم کنید.

۲) اگر نرخ سود ۱۰٫۵ درصد تعیین شود، مقدار سرمایه‌ی جذب‌شده را پیش‌بینی کنید.

۳) اگر نرخ سود به ۱۲ درصد افزایش یابد، مقدار سرمایه‌ی جذب‌شده را پیش‌بینی کنید.

۴) اگر نرخ سود به ۱۸ درصد افزایش یابد، مقدار سرمایه‌ی جذب‌شده را پیش‌بینی کنید.

۵) در کدام حالت پیش‌بینی شما به واقعیت نزدیک‌تر خواهد بود؟ توضیح دهید.

۱) نقاط (نرخ سود، سرمایه) را رسم می‌کنیم. با افزایش نرخ سود، سرمایه‌ی جذب‌شده کاهش می‌یابد. خط بهترین برازش (x: نرخ سود، y: سرمایه):

$y = -3.63x + 57.99$

۲) $y = -3.63 \times 10.5 + 57.99 \sim 19.9$؛ یعنی حدود ۲۰ میلیون تومان.

۳) $y = -3.63 \times 12 + 57.99 \sim 14.4$؛ یعنی حدود ۱۴ میلیون تومان.

۴) $y = -3.63 \times 18 + 57.99 \sim -7.4$؛ عدد منفی به‌دست می‌آید که سرمایه‌ی منفی معنا ندارد.

۵) پیش‌بینی قسمت (۲) به واقعیت نزدیک‌تر است؛ زیرا ۱۰٫۵ در بازه‌ی 5, 11 داده‌ها قرار دارد (درون‌یابی)، ولی ۱۲ و ۱۸ بیرون از بازه‌اند (برون‌یابی) و هرچه از بازه‌ی داده‌ها دورتر شویم، خطای پیش‌بینی بیشتر و حتی غیرواقعی می‌شود.

درون‌یابی (قسمت ۲) مطمئن‌تر از برون‌یابی (قسمت‌های ۳ و ۴) است.

۱۲ صفحه ۱۳۰ کار در کلاس

نرخ مصرف اکسیژن نوعی خرچنگ در زیر آب در جدول آورده شده است. (دما (درجه‌ی سانتی‌گراد): ۵٫۵، ۱۰، ۱۲٫۵، ۱۵، ۱۷٫۵، ۲۰؛ نرخ مصرف اکسیژن (میلی‌مول بر کیلوگرم بر دقیقه) به ترتیب: ۴٫۵، ۵٫۵، ۹، ۱۲، ۱۷، ۲۳)

۱) نمودار پراکنش و خط بهترین برازش این داده‌ها را رسم کنید.

۲) به کمک نمودار، مقدار تقریبی دما را در حالتی که نرخ مصرف اکسیژن ۱۴ است، پیدا کنید.

۳) به کمک معادله‌ی خط بهترین برازش، نرخ مصرف اکسیژن این خرچنگ را در دماهای 0، 17، 50 و 150 درجه‌ی سانتی‌گراد پیش‌بینی کنید.

۴) برای پیش‌بینی مقدار اکسیژن در کدام دماها از درون‌یابی و برای کدام دماها از برون‌یابی استفاده کردید؟

۵) پیش‌بینی در کدام وضعیت با خطای زیاد همراه و یا آن‌که غیرواقعی است؟ توضیح دهید.

۱) شش نقطه را رسم می‌کنیم؛ نقاط روند افزایشی (و کمی خمیده رو به بالا) دارند. خط بهترین برازش (x : دما، y: نرخ مصرف اکسیژن):

y = 1.29x – 5.43

۲) از نقطه‌ی ۱۴ روی محور عمودی خط افقی رسم می‌کنیم تا خط را قطع کند و به محور افقی عمود می‌کنیم؛ دما تقریباً ۱۵ درجه به دست می‌آید. (از معادله: 1.29x – 5.43 = 14 پس x ~ 15.1.)

۳) مقادیر پیش‌بینی‌شده از معادله‌ی y = 1.29x – 5.43:

پیش‌بینی نرخ مصرف اکسیژن

دما (°C)	۰	۱۷	۵۰	۱۵۰
نرخ مصرف اکسیژن	۵٫۴-	۱۶٫۴	۵۸٫۹	۱۸۷٫۶

۴) دمای ۱۷ درجه در بازه‌ی 5.5, 20 قرار دارد، پس **درون‌یابی** است؛ دماهای ۰، ۵۰ و ۱۵۰ بیرون از بازه‌اند، پس **برون‌یابی** هستند.

۵) پیش‌بینی در دماهای ۵۰ و ۱۵۰ (به‌ویژه ۱۵۰) خطای زیاد دارد و غیرواقعی است: آب در ۱۰۰ درجه می‌جوشد و خرچنگ در آن دماها زنده نمی‌ماند. در دمای ۰ هم نرخ مصرف منفی به دست می‌آید که بی‌معنا است؛ در دماهای دور از بازه‌ی داده‌ها نمی‌توان به رابطه‌ی خطی اعتماد کرد.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.
irantooshe.ir

۱۳ صفحه ۱۳۲ مسئله

۱) مهرناز می‌خواهد تأثیر نور را بر سرعت غذاسازی گیاه از طریق فتوسنتز بررسی کند. او لامپ را در ۱۰۰ متری گیاه قرار داد و تعداد حباب‌هایی را که گیاه در یک دقیقه تولید کرد شمرد و در فواصل دیگر هم این کار را کرد. (فاصله‌ی لامپ از گیاه (متر)، تعداد حباب در دقیقه): (۱۰۰، ۱۰)، (۸۰، ۲۰)، (۷۰، ۲۸)، (۶۰، ۳۲)، (۴۰، ۳۷)، (۲۰، ۳۷)
الف) نمودار پراکنش و خط بهترین برازش را برای این داده‌ها رسم کنید.
ب) با استفاده از نمودار، جمله‌ی زیر را کامل کنید: هر چه فاصله‌ی لامپ از گیاه ..... باشد، سرعت فتوسنتز ..... است.
پ) اگر لامپ در ۱۰ سانتی‌متری گیاه قرار داشته باشد، تعداد حباب‌ها در دقیقه را پیش‌بینی کنید.

ت) اگر لامپ را در ۲ سانتی‌متری گیاه قرار دهیم، برای پیدا کردن تعداد حباب‌هایی که گیاه تولید می‌کند از برون‌یابی استفاده می‌کنیم یا درون‌یابی؟ فکر می‌کنید در این وضعیت این پیش‌بینی چقدر درست باشد؟

الف) شش نقطه را رسم می‌کنیم. با کم شدن فاصله، تعداد حباب‌ها زیاد می‌شود (ولی بین ۴۰ و ۲۰ متر تغییر نمی‌کند). خط بهترین برازش (x: فاصله بر حسب متر، y: تعداد حباب):

$y = -0.346x + 48.68$

ب) هر چه فاصله‌ی لامپ از گیاه **کمتر** باشد، سرعت فتوسنتز **بیشتر** است.

پ) ۱۰ سانتی‌متر برابر ۰٫۱ متر است: $y = -0.346 \times 0.1 + 48.68 \sim 48.6$؛ یعنی از روی خط حدود ۴۹ حباب در دقیقه. ولی داده‌ها نشان می‌دهند که از ۴۰ متر به بعد تعداد حباب‌ها دیگر زیاد نمی‌شود (حدود ۳۷ می‌ماند)؛ پس عدد واقعی احتمالاً از این مقدار کمتر و نزدیک به همان ۳۷ است.

ت) ۲ سانتی‌متر (۰٫۰۲ متر) بسیار کمتر از کمترین فاصله‌ی داده‌ها (۲۰ متر) است؛ پس **برون‌یابی** است (پیش‌بینی خط: حدود ۴۹ حباب). این پیش‌بینی چندان درست نیست؛ چون فتوسنتز با افزایش نور تا حدی بالا می‌رود و بعد ثابت می‌ماند و رابطه‌ی آن با فاصله خطی نیست.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۴ صفحه ۱۳۲ مسئله

۲) ایمان برای شرکت در مسابقات دو ۱۰۰ متر تمرین می‌کند. جدول، زمان به پایان رساندن مسیر را بر حسب ثانیه در پایان هر هفته‌ی تمرین نشان می‌دهد. (هفته‌ی تمرین، زمان): (۱، ۱۳)، (۲، ۱۲)، (۳، ۱۱٫۵)، (۴، ۱۱٫۲۵)، (۵، ۱۱)
الف) نمودار پراکنش و خط بهترین برازش را برای این داده‌ها رسم کنید.
ب) به کمک نمودار یا معادله‌ی خط بهترین برازش، زمان به پایان رساندن مسیر توسط ایمان پس از ۱۴ هفته را پیش‌بینی کنید.
پ) آیا پیش‌بینی شما درست است؟ برای پاسخ به این سؤال رکورد جهانی دو ۱۰۰ متر مردان را از اینترنت پیدا کنید.
ت) برای این پیش‌بینی از درون‌یابی استفاده کردید یا برون‌یابی؟ آیا پاسخ به‌دست‌آمده معنادار است؟ توضیح دهید چرا؟

الف) پنج نقطه‌ی (۱، ۱۳)، (۲، ۱۲)، (۳، ۱۱٫۵)، (۴، ۱۱٫۲۵) و (۵، ۱۱) را رسم می‌کنیم. زمان با هفته‌ها کاهش می‌یابد. خط بهترین برازش (x: هفته، y: زمان به ثانیه):

$y = -0.475x + 13.175$

ب) $y = -0.475 \times 14 + 13.175 = 6.525$؛ یعنی حدود ۶٫۵ ثانیه.

پ) این پیش‌بینی درست نیست. رکورد جهانی دو ۱۰۰ متر مردان ۹٫۵۸ ثانیه است (اوسین بولت، ۲۰۰۹)؛ زمان ۶٫۵ ثانیه برای انسان ناممکن است.

ت) ۱۴ هفته خارج از بازه‌ی داده‌ها (۱ تا ۵ هفته) است؛ پس **برون‌یابی** است و جواب معنادار نیست. بهبود زمان ایمان با گذشت هفته‌ها کند می‌شود و از حدی (رکورد جهانی) کمتر نخواهد شد؛ رابطه‌ی خطی فقط در بازه‌ی داده‌ها معتبر است.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

---

۱۵ صفحه ۱۳۳ مسئله

۳) جدول، تعداد کشورهای شرکت‌کننده در المپیک تابستانی را از سال ۱۹۴۸ تا ۲۰۰۰ نشان می‌دهد: (سال، تعداد): (۱۹۴۸، ۵۹)، (۱۹۵۲، ۶۹)، (۱۹۵۶، ۷۲)، (۱۹۶۰، ۸۳)، (۱۹۶۴، ۹۳)، (۱۹۶۸، ۱۱۲)، (۱۹۷۲، ۱۲۱)، (۱۹۷۶، ۹۲)، (۱۹۸۰، ۸۰)، (۱۹۸۴، ۱۴۰)، (۱۹۸۸، ۱۶۰)، (۱۹۹۲، ۱۶۹)، (۱۹۹۶، ۱۹۷)، (۲۰۰۰، ۱۹۹) الف) نمودار پراکنش و خط بهترین برازش را برای این داده‌ها رسم کنید.

ب) به کمک معادله‌ی خط بهترین برازش، تعداد کشورهای شرکت‌کننده در المپیک ۲۰۰۴ و المپیک ۲۰۱۶ را پیش‌بینی کنید.

پ) با مراجعه به اینترنت، تعداد کشورهای شرکت‌کننده در سال ۲۰۰۴ و ۲۰۱۶ را پیدا کنید. این تعداد را با پیش‌بینی‌های خودتان مقایسه کنید. در صورت وجود اختلاف، توضیح دهید چرا این اختلاف وجود دارد.

ت) به کمک معادله یا نمودار، تعداد کشورهای شرکت‌کننده در سال ۲۰۲۸ را پیش‌بینی کنید. آیا این پیش‌بینی معنادار است؟ دلیل خود را توضیح دهید.

الف) چهارده نقطه (سال، تعداد) را رسم می‌کنیم؛ روند کلی افزایشی است (با دو کاهش در ۱۹۷۶ و ۱۹۸۰ که به‌دلیل تحریم‌ها بود). اگر x سال و y تعداد کشورها باشد، خط بهترین برازش:

$y = 2.61x - 5034.35$

ب) $x = 2004$: $y \sim 195.9$؛ یعنی حدود ۱۹۶ کشور.

$x = 2016$: $y \sim 227.2$؛ یعنی حدود ۲۲۷ کشور.

پ) طبق آمار رسمی، در ۲۰۰۴ (آتن) حدود ۲۰۱ کشور (کمیته‌ی ملی المپیک) و در ۲۰۱۶ (ریو) ۲۰۷ تیم شرکت داشتند. پیش‌بینی ۱۹۶ برای ۲۰۰۴ نزدیک به واقعیت است، ولی پیش‌بینی ۲۲۷ برای ۲۰۱۶ حدود ۲۰ بیشتر از مقدار واقعی است. علت اختلاف: تعداد کشورها محدود است (حدود ۲۰۶ کمیته‌ی ملی المپیک در جهان) و رشد آن نمی‌تواند برای همیشه خطی بماند؛ رشد از دهه‌ی ۱۹۹۰ کند شده است.

ت) $x = 2028$: $y \sim 258.5$؛ یعنی حدود ۲۵۹ کشور.

این پیش‌بینی معنادار نیست.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

تعداد کشورهای جهان محدود است و بیشتر از تعداد کمیته‌های ملی موجود نمی‌شود؛ پس ۲۵۹ کشور در المپیک ۲۰۲۸ نمی‌تواند باشد. ۲۰۲۸ هم از بازه‌ی داده‌ها (۱۹۴۸ تا ۲۰۰۰) بسیار دور است (برون‌یابی).

(منبع: آمار مجموع کمیته‌های ملی المپیک شرکت‌کننده در هر دوره: ۲۰۰۰: ۱۹۹؛ ۲۰۰۴: ۲۰۱؛ ۲۰۰۸: ۲۰۴؛ ۲۰۱۲: ۲۰۴؛ ۲۰۱۶: ۲۰۷؛ سایت topendsports.com)

۱۶ صفحه ۱۳۴ **فعالیت**

جدول حقوق کارکنان یک شرکت (میلیون تومان): مدیرعامل ۵٫۸؛ معاون ۳٫۲؛ کارمند قراردادها ۱٫۷؛ روابط عمومی ۱٫۳؛ حسابدار ۱٫۸؛ مسئول فناوری ۱٫۲؛ بایگانی ۱؛ منشی ۱٫۱؛ نگهبان ۰٫۹.

۱) داده‌های ارائه‌شده در لیست حقوق کارکنان را از کم به زیاد مرتب کنید.

۲) عددی را پیدا کنید که تعداد حقوق‌های قبل از آن، با تعداد حقوق‌های بعد از آن برابر باشد.

۱) مرتب‌شده از کم به زیاد (میلیون تومان):

0.9, 1, 1.1, 1.2, 1.3, 1.7, 1.8, 3.2, 5.8

۲) کل داده‌ها ۹ تا هستند. عدد وسط (پنجمین عدد) ۱٫۳ است؛ چهار حقوق قبل از آن (0.9, 1, 1.1, 1.2) و چهار حقوق بعد از آن (1.7, 1.8, 3.2, 5.8) قرار دارند.

عدد ۱٫۳ میلیون تومان (میانه)

۱۷ صفحه ۱۳۶ **کار در کلاس**

۱) تعداد روزهای مسافرت چند خانواده به صورت مقابل است: ۸، ۳، ۶، ۴، ۳، ۷، ۵، ۲. میانه‌ی این داده‌ها را بنویسید.

۲) اگر تعداد داده بدون تکرار و ..... (فرد / زوج) باشد، میانه در داده‌ها قرار ندارد.

۳) داده‌های زیر تعداد شرکت‌کنندگان شهرهای مختلف را در یک مسابقه نشان می‌دهد و میانه‌ی داده‌ها عدد ۱۷ است. در دایره و مربع چه اعدادی می‌توانند قرار بگیرند؟ چرا؟ ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۳، ۱۴، ۱۵، □، ○، ۱۸، ۱۹، ۱۹، ۲۰، ۲۰

۱) داده‌ها را مرتب می‌کنیم: 2, 3, 3, 4, 5, 6, 7, 8. تعداد داده‌ها ۸ (زوج) است؛ پس میانه میانگین دو داده‌ی وسط (۴ و ۵) است:

(4 + 5)/2 = 4.5

۲) اگر تعداد داده‌ها **زوج** باشد، دو داده‌ی وسطی وجود دارد و میانه (میانگین آن‌ها) در بین داده‌ها قرار ندارد. (مگر آن‌که دو داده‌ی وسط برابر باشند.)

۳) تعداد داده‌ها ۱۳ است؛ پس میانه هفتمین داده است. شش داده‌ی ۱۱ تا ۱۵ قبل از مربع و شش داده‌ی ۱۸ تا ۲۰ بعد از دایره است، ولی میانه ۱۷ است و باید هفتمین داده، یعنی مربع، برابر ۱۷ باشد.

مربع: ۱۷؛ دایره: ۱۷ یا ۱۸

چون داده‌ها مرتب‌اند، داده‌ی هشتم (دایره) باید بزرگ‌تر یا مساوی ۱۷ و کوچک‌تر یا مساوی ۱۸ باشد و چون تعداد شرکت‌کنندگان عدد صحیح است، فقط ۱۷ یا ۱۸ می‌تواند باشد.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۸ صفحه ۱۳۷ مسئله

۱) مثالی بزنید که میانه در بین داده‌ها نباشد و مثالی بزنید که میانه در بین داده‌ها باشد.

۲) اگر همه‌ی داده‌ها ۲ برابر شوند، میانه چه تغییری می‌کند؟

۳) در جلسه‌های تمرین پرتاب نیزه، دو ورزشکار پرتاب‌های مختلفی انجام داده‌اند. مسافت پرتاب‌شده توسط آن‌ها بر حسب متر به صورت زیر است: ورزشکار اول: ۷۰، ۶۵، ۶۰، ۷۲، ۶۳، ۷۱، ۶۶، ۶۹، ۵۸، ۶۶، ۵۵، ۷۰
ورزشکار دوم: ۷۵، ۶۰، ۷۰، ۷۲، ۶۵، ۷۱، ۶۵، ۶۸، ۵۸، ۵۹، ۶۸، ۷۰ میانه‌ی پرتاب دو ورزشکار را با هم مقایسه کنید. توضیح دهید در این مسئله، میانه چه چیزی را نشان می‌دهد. عملکرد کدام یک را بهتر ارزیابی می‌کنید؟

۱) میانه در بین داده‌ها نیست: داده‌های 2, 4, 7, 9 (تعداد زوج)، میانه 5.5 = 2/(4+7) است که جزو داده‌ها نیست. میانه در بین داده‌ها است: داده‌های 1, 3, 5, 8, 9 (تعداد فرد)، میانه 5 است.

۲) میانه نیز ۲ برابر می‌شود. (برای مثال، داده‌های 1, 3, 5 میانه‌ی ۳ دارند و داده‌های 2, 6, 10 میانه‌ی ۶؛ ترتیب داده‌ها عوض نمی‌شود و داده‌ی وسط ۲ برابر می‌شود.)

۳) مرتب‌شده‌ی داده‌ها:

ورزشکار اول: 55, 58, 60, 63, 65, 66, 66, 69, 70, 70, 71, 72

ورزشکار دوم: 58, 59, 60, 65, 65, 68, 68, 70, 70, 71, 72, 75

هر دو ۱۲ داده دارند؛ میانه‌ی اول 66 = 2/(66+66) و میانه‌ی دوم 68 = 2/(68+68) است.

میانه‌ی ورزشکار دوم (۶۸ متر) بیشتر از میانه‌ی ورزشکار اول (۶۶ متر) است.

میانه نشان می‌دهد که نیمی از پرتاب‌های هر ورزشکار بیشتر یا مساوی این مقدار و نیم دیگر کمتر یا مساوی آن است؛ یعنی مسافت «معمولی» پرتاب او را نشان می‌دهد. بنابراین عملکرد ورزشکار دوم بهتر ارزیابی می‌شود. (میانگین‌ها نیز ۶۵٫۴ و ۶۶٫۸ هستند.)

۱۹ صفحه ۱۳۷ مسئله

۴) داده‌های ۳، ۵، ۸ را در نظر بگیرید: الف) میانگین و میانه‌ی این داده‌ها را حساب کنید.
ب) در داده‌ها به جای عدد ۸، عدد ۹۰ را بنویسید و مجدداً میانگین و میانه را حساب کنید.
با توجه به تغییرات انجام‌شده در قسمت «ب»، به سؤال‌های زیر پاسخ دهید. پ) با تغییر یکی از داده‌ها (میانه / میانگین) همواره تغییر می‌یابد.
ت) میانه به کوچکی و بزرگی داده‌های قبل و بعد از خود بستگی (دارد / ندارد).

الف) میانگین $(3+5+8)/3 = 16/3 \sim 5.33$ و میانه 5 است.

ب) داده‌ها 3, 5, 90: میانگین $(3+5+90)/3 = 98/3 \sim 32.67$ و میانه هنوز 5 است.

پ) با تغییر یکی از داده‌ها، **میانگین** همواره تغییر می‌یابد.

ت) میانه به کوچکی و بزرگی داده‌های قبل و بعد از خود بستگی **ندارد**؛ فقط جایگاه (وسط بودن) داده مهم است.

۲۰ صفحه ۱۳۷ مسئله

۵) میانه‌ی نمرات دانش‌آموزان یک کلاس ۲۵ نفری، برابر ۱۷ است. میانه چه اطلاعاتی درباره‌ی نمره‌های کلاس به شما می‌دهد؟
۶) میانه‌ی نمرات ریاضی در دو کلاس، ۱۷ و ۱۲ است. وضعیت نمرات دو کلاس را توصیف کنید.
۷) میانگین ۵ داده برابر با ۱۷ و میانه‌ی آن‌ها ۱۴ است. ۵ عدد مثال بزنید که این شرایط را داشته باشند. این مسئله چند جواب می‌تواند داشته باشد؟

۵) چون تعداد نمرات (۲۵) فرد است، میانه نمره‌ی سیزدهم است. یعنی ۱۲ نفر نمره‌ی کمتر یا مساوی ۱۷ و ۱۲ نفر نمره‌ی بیشتر یا مساوی ۱۷ دارند؛ نیمی از دانش‌آموزان نمره‌ی بالاتر از ۱۷ و نیمی پایین‌تر از ۱۷ دارند.

۶) نیمی از دانش‌آموزان کلاس اول نمره‌ی ۱۷ یا بیشتر دارند، در حالی که این برای کلاس دوم ۱۲ است؛ پس به‌طور کلی وضعیت نمرات کلاس اول (که میانه‌ی بالاتری دارد) بهتر از کلاس دوم است.

۷) مجموع ۵ داده باید $5 \times 17 = 85$ باشد و داده‌ی وسط (سوم) پس از مرتب کردن ۱۴ باشد. مثلاً:

10, 12, 14, 20, 29

که میانه‌ی آن ۱۴ و مجموع آن $10+12+14+20+29 = 85$ و میانگین آن ۱۷ است. مثال دیگر: 1, 13, 14, 25, 32 یا 14, 14, 14, 20, 23.

این مسئله بی‌شمار جواب دارد.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

زیرا کافی است دو عدد کوچک‌تر یا مساوی ۱۴ و دو عدد بزرگ‌تر یا مساوی ۱۴ انتخاب شوند که مجموع کل ۸۵ شود.

۲۱ صفحه ۱۳۹ **فعالیت**

نمره‌های مرتب‌شده‌ی درس ریاضی کلاس «کوشش» به صورت زیر است: ۱۰، ۱۰، ۱۰، ۱۰، ۱۲، ۱۲، ۱۵، ۱۵، ۱۷، ۱۷، ۱۷، ۱۷، ۱۹، ۱۹، ۲۰، ۲۰

۱) میانه‌ی نمره‌ها را با نقطه‌ای به نام M روی خط‌چین (محور ۶ تا ۲۰) مشخص کنید.

۲) برای اعداد قبل از میانه، دوباره میانه را پیدا کنید و آن را روی خط‌چین با نقطه‌ی C مشخص کنید. همچنین برای اعداد بعد از میانه، دوباره میانه را پیدا کنید و آن را با نقطه‌ی D مشخص کنید.

۳) کمترین نمره را با نقطه‌ی A و بیشترین نمره را با نقطه‌ی B روی خط‌چین مشخص کنید.

۴) مستطیلی رسم کنید که نقاط C و D روی عرض‌های این مستطیل (جعبه) قرار گیرند. پاره‌خطی از A به C و پاره‌خطی از B به D وصل کنید. درصد تعداد نمرات دانش‌آموزان در هر بازه را پیدا کرده و جدول را کامل کنید.

۱) تعداد نمره‌ها ۱۶ است؛ میانه میانگین نمره‌های هشتم و نهم، یعنی 15 و 17 است:

$$M = (15 + 17)/2 = 16$$

۲) نمره‌های قبل از میانه: 10, 10, 10, 10, 12, 12, 15, 15 (۸ نمره)؛ میانه‌ی آن‌ها میانگین نمره‌ی چهارم و پنجم است:

$$C = (10 + 12)/2 = 11$$

نمره‌های بعد از میانه: 17, 17, 17, 17, 19, 19, 20, 20؛ میانه‌ی آن‌ها:

$$D = (17 + 19)/2 = 18$$

۳) کمترین نمره A = 10 و بیشترین نمره B = 20 است. روی خط‌چین به ترتیب از چپ به راست نقاط A=10، C=11، M=16، D=18 و B=20 قرار می‌گیرند.

۴) جعبه از ۱۱ تا ۱۸ رسم می‌شود و داخل آن در ۱۶ خطی عمودی (میانه) قرار می‌گیرد. دنباله‌ی چپ از ۱۰ تا ۱۱ و دنباله‌ی راست از ۱۸ تا ۲۰ است. با توجه به آن‌که هر چارک ۴ نمره از ۱۶ نمره را جدا می‌کند، جدول به صورت زیر است:

جدول کامل‌شده

بازه‌ی نمرات	C قبل از	D و C بین	D قبل از	D بعد از
درصد تعداد نمرات هنرجویان	۲۵٪	۵۰٪	۷۵٪	۲۵٪

۱) میزان بارندگی (بر حسب میلی‌متر) در یک شهر طی ۱۵ روز به صورت زیر گزارش شده است: ۲، ۰، ۵، ۱، ۹، ۰، ۱۲، ۱۵، ۲۵، ۵، ۰، ۸، ۲، ۳، ۱۶ الف) چارک اول، میانه و چارک سوم چه اعدادی هستند؟ ب) تقریباً چند درصد داده‌ها بین Q1 و Q3 قرار دارند؟ پ) نمودار جعبه‌ای داده‌ها را رسم و آن را تفسیر کنید.

۲) نمودار جعبه‌ای مدت بستری شدن (بر حسب روز) تعدادی بیمار پس از حمله‌ی قلبی در یک بیمارستان (اعداد روی نمودار: ۶، ۷، ۸، ۱۲، ۱۸) رسم شده است. الف) میانه‌ی داده‌ها چند است؟ ب) چارک اول چند است؟ چند درصد داده‌ها قبل از آن و چند درصد بعد از آن قرار دارند؟ پ) مقدار Q3 چند است؟ این عدد نشان‌دهنده‌ی چیست؟ ت) چند درصد داده‌ها درون جعبه قرار دارند؟ ث) بلندتر بودن دنباله‌ی سمت راست جعبه نشان‌دهنده‌ی چیست؟

۳) نمودار جعبه‌ای فهرست نمرات کلاس‌های «تلاش» و «کوشش» (در ابتدای این بخش) را رسم کنید. سپس با مقایسه‌ی این نمودارها، به نظر شما کدام کلاس عملکرد بهتری دارد؟ چرا؟

---

۱ الف) داده‌های مرتب‌شده: 0, 0, 0, 1, 2, 2, 3, 5, 5, 8, 9, 12, 15, 16, 25. تعداد داده‌ها ۱۵ است و میانه هشتمین داده است:

$M = 5$؛ نیمه‌ی پایین (۷ داده‌ی اول): 0, 0, 0, 1, 2, 2, 3 و میانه‌ی آن $Q1 = 1$؛ نیمه‌ی بالا: 5, 8, 9, 12, 15, 16, 25 و میانه‌ی آن $Q3 = 12$.

$Q1 = 1$، $M = 5$، $Q3 = 12$

ب) تقریباً ۵۰ درصد.

پ) نمودار با پنج عدد 0, 1, 5, 12, 25 رسم می‌شود: جعبه از ۱ تا ۱۲ و خط میانه در ۵؛ دنباله‌ی چپ از ۰ تا ۱ و دنباله‌ی راست از ۱۲ تا ۲۵. تفسیر: دامنه‌ی تغییرات ۲۵ است. میانه نزدیک چارک اول است؛ یعنی داده‌ها بین ۱ و ۵ متمرکزتر از بین ۵ و ۱۲ هستند. دنباله‌ی راست بلندتر است؛ پس در ۲۵ درصد روزهای پرباران پراکندگی بارندگی زیاد است. در نیمی از روزها بارندگی حداکثر ۵ میلی‌متر و در ۲۵ درصد روزها حداقل ۱۲ میلی‌متر بوده است.

۲ الف) میانه‌ی داده‌ها $M = 8$ روز است.

ب) چارک اول $Q1 = 7$ است؛ تقریباً ۲۵ درصد داده‌ها قبل از آن و تقریباً ۷۵ درصد بعد از آن قرار دارند.

پ) $Q3 = 12$ است؛ نشان می‌دهد که تقریباً ۷۵ درصد بیماران حداکثر ۱۲ روز و تقریباً ۲۵ درصد آن‌ها بیش از ۱۲ روز بستری بوده‌اند.

ت) تقریباً ۵۰ درصد داده‌ها.

ث) نشان می‌دهد که پراکندگی ۲۵ درصد بالایی داده‌ها (مدت‌های بستری طولانی، از ۱۲ تا ۱۸ روز) بیشتر از پراکندگی بقیه‌ی داده‌ها است؛ یعنی تعداد کمی از بیماران خیلی مدت‌های بیشتری بستری بوده‌اند.

۳) مقادیر پنج‌عددی:

خلاصه‌ی پنج‌عددی دو کلاس

کلاس	کمترین	Q1	M	Q3	بیشترین
تلاش	۹	۱۴	۱۴٫۵	۱۸٫۵	۱۹٫۵
کوشش	۱۰	۱۱	۱۶	۱۸	۲۰

جعبه‌ی کلاس «تلاش» از ۱۴ تا ۱۸٫۵ (طول ۴٫۵) و جعبه‌ی کلاس «کوشش» از ۱۱ تا ۱۸ (طول ۷) است. در کلاس «تلاش»، چارک اول (۱۴) از چارک اول «کوشش» (۱۱) بیشتر است؛ یعنی ۷۵ درصد هنرجویان «تلاش» حداقل ۱۴ گرفته‌اند، اما فقط ۷۵ درصد «کوشش» حداقل ۱۱. در عوض میانه‌ی «کوشش» (۱۶) از میانه‌ی «تلاش» (۱۴٫۵) بالاتر است.

کلاس «تلاش» عملکرد پایدارتر و بهتر دارد.

زیرا پراکندگی نمرات آن کمتر و نمرات ضعیف‌ترین هنرجویان بالاتر است (جعبه‌ی کوتاه‌تر و Q1 بزرگ‌تر)؛ ولی اگر تمرکز بر نیمه‌ی بالاتر باشد، کلاس «کوشش» با میانه‌ی بیشتر قوی‌تر دیده می‌شود. هر دو پاسخ با دلیل پذیرفته است.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۲۳ صفحه ۱۴۳ مسئله

۱) نمودار جعبه‌ای نمره‌های زبان انگلیسی در یک کلاس به صورت زیر است (محور ۴۰ تا ۱۰۰): الف) میانه برابر چه عددی است؟ ب) فاصله‌ی بین Q1 و Q3 چقدر است؟ پ) چند درصد از نمره‌ها قبل از Q3 قرار دارند؟

الف و ب) مقدارها را باید از روی جعبه‌ی نمودار خواند: میانه همان خط داخل جعبه، و فاصله‌ی Q1 تا Q3 برابر Q3 − Q1 (طول جعبه) است. با خواندن تقریبی نمودار: میانه حدود ۷۰ و طول جعبه حدود ۲۰ (مثلاً Q1 = 60 و Q3 = 80).

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

پ) تقریباً ۷۵ درصد نمره‌ها قبل از Q3 قرار دارند (۲۵٪ بین کمترین نمره و Q1، ۲۵٪ بین Q1 و میانه و ۲۵٪ بین میانه و Q3).

۲۴ صفحه ۱۴۳ مسئله

۲) نمودارهای جعبه‌ای زیر عملکرد دو کلاس را در درس عربی نشان می‌دهد (محور ۰ تا ۲۰). الف) در کدام کلاس نمره‌ی دانش‌آموزان پراکندگی کمتری دارد؟ ب) نیمی از دانش‌آموزان کلاس ۱، نمره‌شان بیشتر از چند

است؟ پ) کدام کلاس عملکرد بهتری دارد؟ چرا؟ ت) آیا می‌توان گفت ۷۵ درصد دانش‌آموزان کلاس ۱ از همه‌ی دانش‌آموزان کلاس ۲ بهتر عمل کرده‌اند؟

بر اساس خواندن تقریبی دو نمودار (کلاس ۱ با جعبه‌ای بالاتر و بلندتر؛ کلاس ۲ با جعبه‌ای پایین‌تر و کوتاه‌تر):

الف) کلاسی که جعبه و دنباله‌های کوتاه‌تری دارد، پراکندگی کمتری دارد؛ یعنی کلاس ۲.

ب) نیمی از دانش‌آموزان کلاس ۱ نمره‌ای بیشتر از میانه‌ی آن کلاس (حدود ۱۵) دارند.

پ) کلاس ۱؛ زیرا میانه و چارک‌های آن بالاتر است و دانش‌آموزان بیشتری نمره‌های بالا دارند.

ت) این ادعا وقتی درست است که چارک اول کلاس ۱ (که ۷۵ درصد نمره‌های کلاس ۱ بزرگ‌تر یا مساوی آن‌اند) از بیشترین نمره‌ی کلاس ۲ (انتهای دنباله‌ی بالایی آن) بزرگ‌تر یا مساوی باشد. با توجه به دو نمودار، چنین چیزی دیده نمی‌شود (دنباله‌ی بالایی کلاس ۲ با جعبه‌ی کلاس ۱ هم‌پوشانی دارد)؛ پس نمی‌توان چنین گفت و فقط می‌توان گفت نیمی از کلاس ۱ از نیمی از کلاس ۲ بهتر عمل کرده‌اند.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

---

۲۵ صفحه ۱۴۳ مسئله

۳) در یک تیم والیبال، کوتاه‌ترین قد ۱۶۸ و بلندترین قد ۲۰۳ سانتی‌متر و میانه برابر ۱۸۴ سانتی‌متر است. اگر فاصله‌ی بین Q3 و Q1 برابر ۱۱ باشد، آیا می‌توان نمودار جعبه‌ای قد افراد این تیم را رسم کرد؟

خیر، به‌طور یکتا نمی‌توان؛ زیرا برای رسم نمودار جعبه‌ای پنج عدد لازم است: کمترین، Q1، میانه، Q3 و بیشترین. ما سه عدد (168، 184، 203) و فقط تفاضل Q3 − Q1 = 11 را داریم، ولی خود Q1 و Q3 را نمی‌دانیم؛ جعبه می‌تواند در مکان‌های مختلفی با طول ۱۱ قرار گیرد (به شرط آن‌که شامل ۱۸۴ باشد؛ مثلاً از ۱۷۹ تا ۱۹۰ یا از ۱۸۲ تا ۱۹۳).

نمودار جعبه‌ای یکتا نداریم؛ فقط یک نمودار ممکن (مثلاً Q1 = 179، Q3 = 190) را می‌توان رسم کرد.

---

۲۶ صفحه ۱۴۳ مسئله

۴) غلظت قند خون ۱۲ نفر (بر حسب mM) ۳۰ دقیقه پس از مصرف غذا اندازه‌گیری شده است: ۳٫۸، ۴٫۲، ۳٫۷، ۵٫۱، ۴٫۶، ۳٫۹، ۳٫۸، ۴٫۷، ۴، ۵٫۲، ۴، ۳٫۹. الف) میانه و چارک‌های اول و سوم را پیدا کنید.
ب) اگر غلظت قند خون شما، ۳۰ دقیقه پس از مصرف غذا ۴٫۱ باشد، وضعیت خود را نسبت به این افراد توصیف کنید.

الف) داده‌های مرتب‌شده: 3.7, 3.8, 3.8, 3.9, 3.9, 4.0, 4.0, 4.2, 4.6, 4.7, 5.1, 5.2. تعداد ۱۲ است؛ میانه میانگین ششمین و هفتمین داده است:

Q3 = (4.6 + 4.7)/2 = 4.65؛ نیمه‌ی بالا: Q1 = (3.8 + 3.9)/2 = 3.85؛ نیمه‌ی پایین ۶ داده است و M = (4.0 + 4.0)/2 = 4.0

Q3 = 4.65 ،M = 4.0 ،Q1 = 3.85

ب) غلظت ۴٫۱ کمی بیشتر از میانه (۴٫۰) و کمتر از Q3 (۴٫۶۵) است؛ یعنی حدود ۵۰ تا ۶۰ درصد افراد غلظت کمتر یا مساوی من دارند و وضعیت من نزدیک میانه و عادی است.

۲۷ صفحه ۱۴۴ **مسئله**

۵) سجاد در رشته‌ی کشاورزی تحصیل می‌کرد. او تنوع تعداد نخودهای موجود در غلاف‌ها را بررسی کرد. تعداد نخودهای موجود در ۱۷ غلاف به شرح زیر است: ۴، ۵، ۸، ۱۲، ۱۰، ۴، ۳، ۱۱، ۵، ۶، ۵، ۹، ۸، ۷، ۱۰، ۹، ۷. نمودار جعبه‌ای این داده‌ها را رسم و تفسیر کنید.

داده‌های مرتب‌شده: 3, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 7, 7, 8, 8, 9, 9, 10, 10, 11, 12. تعداد ۱۷ است؛ میانه نهمین داده است.

M = 7؛ نیمه‌ی پایین (3, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 7): Q1 = (5+5)/2 = 5؛ نیمه‌ی بالا (8, 8, 9, 9, 10, 10, 11, 12): Q3 = (9+10)/2 = 9.5).

کمترین ۳، Q1 = 5، M = 7، Q3 = 9.5، بیشترین ۱۲

نمودار: روی محور ۳ تا ۱۲، جعبه‌ای از ۵ تا ۹٫۵ با خط میانه در ۷؛ دنباله‌ی چپ از ۳ تا ۵ و دنباله‌ی راست از ۹٫۵ تا ۱۲.

تفسیر: دامنه‌ی تغییرات ۹ است. تعداد نخود در نیمی از غلاف‌ها حداکثر ۷ است. ۵۰ درصد غلاف‌ها بین ۵ تا ۹٫۵ نخود دارند. میانه بیشتر به Q1 نزدیک است (فاصله‌ی ۲ با Q1 و ۲٫۵ با Q3)، یعنی پراکندگی بین Q1 و میانه کمی کمتر است. طول دنباله‌ی چپ (۲) و راست (۲٫۵) نزدیک‌اند؛ پس توزیع تقریباً متقارن است و داده‌ی پرت وجود ندارد.

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.
irantooshe.ir